經濟構造의 變動과 經濟豫測

— 變動係數벡터自己回歸모델을 이용한 分析 —

沈 相 達

本稿는 Sims가 개발한 방법을 이용하여 우리나라와 같이 經濟構造가 급히 변하는 상황에서의 經濟豫測의 正確度를 제고하고자 하는 시도의 일환이다. 本稿는 예측자의 事前信賴를 이용하여 계수의 값에 대하여 事前制約을 賦課하고 時間變動을 허용하는 變動係數벡타自歸(*TBVAR*)模型의 추정방법뿐만 아니라 事前制約의 母數를 선택하는 방법과 誤差의 分散이 自己回歸할 경우의 대처방법 등 豫測의 正確度를 제고시키는 데 실제 사용되는 방법을 설명하고, 6變數模型을 이용하여 *TBVAR* 모델의 正確度를 他 모델과 비교한다. 政府建設, 總通貨, 私債市場利子率, 民間建設, 實質GNP 및 消費者物價指數 등 6變數에 대한 예측의 정확도를 「타일 *U*」값을 기준으로 비교할 때 *TBVAR*은 時間變動을 고려하지 않고 事前制約만 적용한 *BVAR*이나 事前制約도 적용하지 않은 *VAR*보다 대부분의 변수의 예측에 있어 더 정확하며 民間建設을 제외하고는 *OLS*보다 豫測誤差가 작게 나타난다.

I. 序 論

時系列모델이 변수간의 관계를 안정적으로 포착하기 위해서는 많은 수의 관측치가 필요하다. 우리나라의 경우 時系列編制方法이 바뀔 때 舊系列의 일부만을 新系列로 바꾸어 놓고 있어 이용가능한 시계열의 길이가 매우 짧다. 예를 들면, 時系列分析에서 가장 많이 이용되고 있는 國民所得計定의 時系列은 일관된 기준으로는 70년 이후의 기간에 한하여 작성되어 있다.

이렇게 짧은 時系列資料를 예측모형에 사용할 시 恣意度의 問題로 인하여 설명변수로 쓸 수 있는 변수의 숫자가 제한을 받는다. 그러나 예측자가 任意的으로 설명변수의 수를 적

筆者 : 本院 研究委員

* 本稿의 모델추정에 이용된 컴퓨터프로그램을 제공해 준 미네소타大의 Christopher Sims敎授, Bayesmth프로그램의 제공과 아울러 여러가지 助言을 해준 慶北大 河仁鳳 敎授, 本稿를 읽고 논평해준 朴佑奎 博士에게 감사를 표한다. 模型推定 및 計算作業을 도와준 朴仁元 研究員과 원고정리 및 편집에 도움을 준 孫혜레나 研究員, 柳男禮 研究助員에게 감사한다.

게 하면, 예측변수의 움직임을 설명하는 중요한 변수들을 빠뜨릴 가능성이 많다. 반면 모든 가능한 변수를 설명변수로 예측모형에 더할 경우에는 推定係數의 過多로 인하여 豫測의 誤差가 커진다[1].

우리나라의 급변하는 經濟構造와 잦은 時系列編制의 변화는 예측의 어려움을 가중시킨다. 즉 經濟變數의 關係가 80년대에서 70년대와 같다고 믿기가 어려우나, 관측치의 총수가 적으므로 標本期間을 나누어서 하부기간별로 모형을 추정하여 經濟構造의 변화를 모델에 반영시키는 통상적인 방법의 이용이 불가능하기 때문이다. 그러나 별다른 수가 없어 선택하게 되는, 전기간 동안 經濟構造의 變動이 없다는 것을 전제하는 固定係數모델은, 표본기간 전체의 평균적인 관계를 반영하고, 그것도 그리 정확하지 못하게 반영하고 있을 뿐이므로, 표본기간 이외의 기간에 대해 政策效果를 分析하기에는 유용한 도구가 되지 못한다.

本稿는 이와 같은 어려운 상황에서도 예측을 해야 하는 豫測業務 從事者들에게 도움이 될 수 있다고 생각되는 예측방법으로 「變動係數벡터自己回歸模型」(이하 *TBVAR*)을 소개하고 이의 有用性을 부분적으로나마 分期別資料를 이용하여 검증하고자 한다. 同 *TBVAR*은 연구자가 계수의 분포 및 계수의 時間變動構造에 대하여 갖고 있는 事前的 지식과 자료가 제공해주는 정보를 혼합해서 係數의 過多로 인하여 豫測誤差가 커지는 문제를 극복하고 아울러 係數의 時間變動을 허용하여 변동하는 經濟의 豫測效率을 제고시키는 방법이다[2].

本稿의 構成은 다음과 같다. II章은 變動係數모델의 연속계산과정인 「칼만필터」와 係數의 分布에 대한 事前制約의 明記 등 變動係數模型의 構造 및 이의 推定過程을 설명한다. III章은 係數의 事前分布의 母數를 선택하는 方法을 기술한다. 最適母數를 선정하는 기준과 아울러 豫測誤差의 분산이 自己回歸할 경우의 대처방법 등 變動係數模型의 예측을 정확하게 하는 데 필요한 사항들을 논의한다. IV章은 우리나라의 70년 이후 분기별자료를 이용한 6變數 *TBVAR*을 추정한다. 이 章은 事前制約의 母數를 조직적으로 탐색하는 과정을 3단계로 나누어서 예시할 뿐만 아니라 이렇게 해서 추정한 *TBVAR*의 正確度를 單一變數모델이나 固定係數벡터모델과 비교한다. V章은 結語와 앞으로의 硏究方向을 제시한다.

II. 「베이지안 벡터自己回歸」 (Bayesian Vector Auto-Regression)[3]

벡터自己回歸法(*VAR*)은 經濟構造에 대해

---

1) 이에 대해서 Fair(1979) 참조. 그래서 時系列모델보다는 産業聯關分析이나 예측자의 감각이 더 신뢰를 받는 경향이 있다.

2) 朴佑奎(1987)는 經濟構造가 변동할 때 固定係數縮約모델은 여건변동에 따른 經濟行爲主體의 行爲가 과거의 樣態와 현저히 다를 수 있는 점을 반영하지 못한다는 Lucas(1976)의 指摘에 착안, 本稿의 모델과 같은 형태의 變動係數 벡터自歸모델을 이용하여 三低效果를 분석한 바 있다. 그러나 朴佑奎(1987)는 經濟構造가 아주 급격히 변동할 때에는 變動係數벡터모델이 固定係數모델보다 표본기간외의 기간에 대한 예측에 있어 예측을 개선할 수 있는 여지가 많지 않다고 하였다.

3) 本節은 河仁鳳(1986)의 「칼만필터」모델설명을 재정리하여 수록한 것이다.

사전적 지식이 전혀 없는 것을 전제로 한 非制約的 縮約型(unrestricted reduced form)의 모델을 추정하는 방법이다. Sims(1980)가 개발한 벡터自己回歸法은 기존의 構造模型(structural model)과 같이 변수를 內生, 外生으로 恣意的으로 구분하지 않고 모든 변수를 同一하게 內生으로 취급하며 時差構造에도 제약을 주지 않고 모든 變數에 동일한 시차를 부여하여 變數間의 완전한 相互作用을 허용하고 있다[4]. 따라서 變數間의 動學的인 관계를 객관적으로 파악할 수 있는 장점이 있지만 係數의 數가 과다해서 발생하는 단점도 지니고 있다[5].

너무나 많은 係數가 작은 量의 자료로부터 추정되면 變數自體가 교란을 더하게 되어 이를 이용한 예측의 신빙성이 떨어지게 된다. 한편 변수를 줄이기 위해 어떤 설명변수를 배제할 경우, 존재할 가능성이 있는 변수간 聯關關係를 파악하지 못할 가능성이 있다. Litterman(1981, 1982)은 係數의 過多와 지나친 單純化로 인한 問題를 피하기 위해서 「베이지안 事前信賴」를 제약으로 부과하는 방법을 제안하였다[6].

4) 실제로 자료의 量의 제약으로 인해서 時差의 數에 制限을 둔다. 그러나 各 說明變數의 時差의 數를 동일하게 하고 있다. 이 時差를 몇으로 하느냐 하는 것은 표본 밖의 豫測誤差를 가장 작게 하는 것을 선택하는 Akaike기준과, 시차의 數를 바꾸어서 추정한 推定誤差의 行列式의 決定값의 크기를 비교하는 尤度比率테스트(likelihood ratio test)방법 등이 있다.

5) Fair(1979) 참조.

6) 이 事前信賴는 Sims(1980, 1982, 1986), Doan-Litterman-Sims(1984)에서도 이용되었다.

1. 「베이지안 벡터自己回歸」

「베이지안 벡터自己回歸」法은 중요한 변수에는 계수의 평균과 분산값을 크게 주고 비교적 중요하지 않다고 생각되는 變數의 係數를 平均은 0으로 하고, 分散값은 최소가 되는 정규 분포를 갖도록 事前制約(stochastic prior restriction)을 부과하여 자료로부터 정보를 최대한 추출하여 係數의 事後的 分布를 추정하는 것이다.

2. 「變動係數 벡터自己回歸」

(Time Varying Vector Auto-Regression)

「變動係數 벡터自己回歸」法은 「베이지안 事前制約」(Bayesian Prior Restriction)을 「칼만필터」連續計算(Kalman Filter Algorithm)에 결합시킨 것이다. 이러한 變動係數 벡터自己回歸法은 係數의 초기값에 대한 事前分布와 係數가 시간경과에 따라 변화하는 과정을 명시한다. 이를 이용하여 다음 期에 대한 예측을 하고 이 예측치와 다음 期에서의 실제값과의 차이인 예측오차를 구한다. 이 예측오차에 가중치를 부과하여 계수의 분포에 대한 견해를 수정한다. 이 수정된 분포를 다음 期 예측의 사전분포로 사용해 가는 것을 계속 반복함으로써 변화하는 經濟構造에 대한 情報를 최대한으로 반영할 수 있도록 한다.

이와 같이 이 방식은 係數의 分布에 대한 事前的 信賴(prior belief)를 바탕으로 정보의 증폭을 꾀하고 증폭된 情報를 이용하여 미래를 예측하는 것이다. 따라서 變動係數 벡터自己回歸法을 이해하기 위해서는 情報濾過 및 係數의 값을 수정하는 과정이라 할 수 있는

「칼만필터」演算過程에 대한 이해가 필요하다[7].

가. 「칼만필터」變動係數 벡터自歸모델

變動係數 백터自歸모델의 n백터體系를 보면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
Y_i(t) = {} & \theta^i_{11}(t)\, Y_1(t\text{-}1) + \theta^i_{12}(t)\, Y_1(t\text{-}2) \cdots + \theta^i_{1k}(t)\, Y_1(t\text{-}k) \qquad \cdots\cdots(1)\\
& + \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + \\
& + \theta^i_{i1}(t)\, Y_i(t\text{-}1) + \qquad\qquad + \theta^i_{ik}(t)\, Y_i(t\text{-}k)\\
& + \theta^i_{n1}(t)\, Y_n(t\text{-}1) + \qquad\qquad + \theta^i_{nk}(t)\, Y_n(t\text{-}k)\\
& + C_i(t) + \varepsilon_i(t)\\
& i = 1, 2 \cdots, n
\end{aligned}
$$

혹은 $Y_i(t) = X(t)\,\theta^i(t) + \varepsilon_i(t)$ ························(2)

$$X(t) = (Y_1(t\text{-}1)\cdots, Y_1(t\text{-}k)\cdots, Y_i(t\text{-}1)\cdots, Y_i(t\text{-}k)\cdots, Y_n(t\text{-}k))$$

여기에서 說明變數가 各 式마다 같은 모든 變數의 k번째까지의 時差變數인 점을 주목해야 할 것이다.

여기에서 $\{\varepsilon_1(t),\ \varepsilon_2(t), \cdots, \varepsilon_n(t)\}$는 오차항으로 時系列非相關(serially uncorrelated)인 結合正規分布(joint normal distribution)를 가지며 평균은 $\{0, \cdots, 0\}$이고 分散은 $\sigma(t)$이다.

위 식에서 $Y_j(t\text{-}s)$는 j번째 Y변수의 s번째 과거시차이고 $\theta^i_{js}(t)$는 i번째 방정식의 j변수의 s번째 과거시차의 계수이다. 變動係數모델이 固定的 回歸모델과 다른 점은 계수 θ^i_{js}가 고정적이 아니고 시간에 따라 값이 변하는 점이다. θ의 時間變化構造는 變化方程式에 의해 표현된다.

$$\theta^i_t = R^i \cdot \theta^i(t\text{-}1) + \mu(t) \qquad \cdots\cdots(3)$$

R은 $n^2k \times n^2k$의 변환행렬로서 非確率母數(non-random parameter)를 가진 대각행렬(diagonal matrix)이며 $\mu(t)$는 시계열비상관인 결합정규분포를 가지는 오차항으로 평균은 0「벡터」이고 분산은 $M(t)$으로 $\varepsilon(t)$와는 서로 독립적이다.

나. 「칼만필터」過程

「칼만필터」과정은 $\theta(t)$를 추론하기 위한 循環過程(recursive procedure)을 의미하며 이 과정은 두 단계로 이루어져 있다.

1단계 : t期의 Y값 $Y(t)$를 알기 전인 t-1期에서 $\theta(t\text{-}1)$는 정규분포를 가지며 그 평균은 $\theta_{t-1|t-1}$이고 분산은 $\Sigma_{t-1|t-1}$이다.

$$(\theta(t\text{-}1) \mid Y(t\text{-}1), \cdots, Y(t\text{-}n)) \sim N(\theta_{t-1|t-1}, \Sigma_{t-1|t-1}) \qquad \cdots\cdots(4)$$

여기에서 $\theta_{t-1|t-1}$은 $\theta(t\text{-}1)$의 $Y(t\text{-}1), \cdots,$

7) 그러나 테크니칼한 部分에 관심이 없는 독자는 여기에서 곧장 IV章으로 가도 좋을 것이다.

$Y(t-n)$에 의거한 條件附數學的 期待値이며 $\Sigma_{t-1|t-1}$는 條件附分散이다.

$$\theta_{t-1|t-1}=E[\theta(t-1) \mid Y(t-1), Y(t-2), \cdots]$$
$$\Sigma_{t-1|t-1}=Var[\theta(t-1) \mid Y(t-1), Y(t-2), \cdots]$$

여기에서 $\theta(t)$에 대한 最適推定値는 式(3)의 方程式에 의해 평균 $R\theta(t-1)$, 分散 $R\Sigma_{t-1|t-1}R'+\Lambda$의 정규분포를 갖는다.

$$(\theta(t) \mid Y(t-1), \cdots, Y(t-n)) \sim N(R\theta(t-1),\ R\Sigma_{t-1|t-1}R'+\Lambda) \cdots (5)$$

R'는 R의 전치행렬이며 式(5)는 t-1期에서 t期의 θ에 대한 사전분포를 보여주고 있다.

2단계 : t期에 도달한 이후 $Y(t)$의 관측이 가능해지면 $\theta(t)$의 사후분포(posterior distribution)를 계산하게 된다.

$\theta(t)$의 사후분포의 平均과 分散을 多變量統計(multivariate statistics)의 결과를 이용하기 쉽게 구할 수 있다[8].

W_1와 W_2가 二變量正規分布(bivariate normal distribution)

$$\begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \end{pmatrix} \sim N\begin{pmatrix} \theta_1, \Sigma_{11}, \Sigma_{12} \\ \theta_2, \Sigma_{21}, \Sigma_{22} \end{pmatrix}$$

를 가진다면, W_2에 의거한 W_1의 條件附分布는

$$(W_1 \mid W_2) \sim N(\theta_1+\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}(W_2-\theta_2),$$
$$\Sigma_{11}-\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}) \cdots\cdots\cdots (6)$$

이다.

따라서 式(6)을 이용함으로써 $Y(t)$에 의거한 $\theta(t)$의 事後分布를 다음과 같이 얻는다.

$$(\theta(t) \mid Y(t),\ Y(t-1), \cdots) \sim$$
$$N\left[\begin{array}{l} \theta_{t|t-1}+Cov[\theta_{t|t-1}, Y(t)]\cdot \\ Var[Y_{t|t-1}]^{-1}(Y(t)-X(t)\theta_{t|t-1}), \\ \Sigma_{t|t-1}-Cov[\theta_{t|t-1}, Y(t)]\cdot \end{array}\right.$$
$$Var[Y_{t|t-1}]^{-1}Cov[\theta_{t|t-1}, X(t)]' \cdots (7)$$

여기에서

$$\theta_{t|t-1}=E(\theta_t \mid Y(t-1),\ Y(t-2), \cdots,$$
$$Y(t-n)=R\theta_{t-1|t-1} \cdots\cdots\cdots (8)$$
$$\Sigma_{t|t-1}=Var(\theta(t) \mid Y(t-1), \cdots,$$
$$Y(t-w))$$
$$=R\Sigma_{t-1|t-1}R'+\Lambda \cdots\cdots\cdots (9)$$
$$Cov(\theta_{t|t-1}, Y(t))=\Sigma_{t|t-1}\cdot X(t) \cdots (10)$$
$$Var(Y_{t|t-1})=Var(Y(t) \mid Y(t-1),$$
$$Y(t-2), \cdots, Y(t-n))$$
$$=X(t)(\Sigma_{t|t-1})X(t)'+6$$
$$\cdots\cdots\cdots (11)$$

式(7)에서 보는 바와 같이 「칼만필터」모델은 $\theta_{t|t-1}$에서 $\theta_{t|t}$로 추정 과정에서 예측오차, $Y(t)-X(t)\theta_{t|t-1}$와 「칼만효과」(Kalman gain) $Cov(\theta_{t|t-1}, Y(t))\,Var(Y_{t|t-1})^{-1}$을 이용한다는 점에 유의해야 한다. 이것은 1期前 과거에서 행한 今期에 대한 예측의 오차로부터 攪亂(noise)과 情報(signal)를 가려내는 것으로 여기서 추출된 정보를 이용해서 今期의 θ_{t-1}에 대한 견해 $\theta_{t|t}$를 형성하고 이 $\theta_{t|t}$를 다음期의 Y_{t+1}을 예측하는 데 事前分布로 사용한다.

다. 「베이시안 事前制約」의 明示

「칼만필터」模型을 사용하기 위해서는 표본기간 초기의 平均과 共分散(initial mean and

8) $\theta(t)$는 바로 平均濾過誤差自乘 $E(\theta(t)-\theta_{t|t})^2$를 최소화하는 것이며 $\theta_{t|t}$는 $Y(t)$, $Y(t-1), \cdots, Y(t-n)$에 의거한 $\theta(t)$의 條件附數學的 期待値이다.

covariance) 行列을 명시하여야 한다. 초기값을 얻는 한가지 방법은 자료로부터 얻는 방법, 즉 標本資料의 一部를 사용하여 초기값을 추정하는 것을 고려할 수 있다. 그러나 資料에는 많은 교란(noise)이 포함되어 있으므로 標本資料로부터 초기값을 추정하는 것은 非效率的일 것이다. 특히 관측치의 수가 적을 경우에는 資料의 一部를 이용하여 얻는 초기값은 부정확할 것이다.

다른 방법은 「칼만필터」벡터自己回歸모델에 「베이시안 事前信賴」를 적용하는 것이다. 「베이시안 事前信賴」方法은 經濟의 시계열자료의 흐름이 추세를 갖지 않는 無作爲步行(random walk)과 비슷하다고 믿고 自己回歸方程式에 있어서 自身의 첫번째 時差變數가 從屬變數에 가장 큰 영향을 미친다고 믿는 것이다. 예를 든다면, 89년도 2/4분기 民間投資額을 88년도 2/4, 3/4, 4/4 및 89년도 1/4분기 民間投資額, 國民總生産, 公共投資額, 私債利子率, M_2 및 物價 등을 說明變數로 하여 回歸方程式을 추정해 보면 89년도 1/4분기 民間投資額이 89년도 2/4분기 民間投資額에 가장 큰 영향력을 미친다고 믿는 것이다[9].

이러한 믿음 아래 이루어진 「베이지안 明示化」는 事前平均으로 자체 과거 첫번째 시차변수는 1을 주고 이를 제외한 나머지는 0을 주는 것이다. 그리고 시차가 멀어질수록 또한 비교적 중요하지 않은 獨立變數일수록 係數의 事前分散값을 작게 주는 것이다[10].

方程式 i의 係數의 사전평균 및 事前分散은 다음과 같다.

$$m(0)^{i}_{js} \begin{cases} = Mean(\theta^{i}_{js}) = 1 & (i=j\text{이고 } s=1) \\ = 0 & (i \neq j \text{ 또는 } s \neq 1) \end{cases}$$

$$Var(\theta^{i}_{js}) = \Sigma^{i}_{js} = \frac{\sigma_i{}^{*} \pi_1 \delta_{ij} + \pi_1 \pi_2 (1-\delta_{ij})}{\sigma_j} \pi_3 \qquad \cdots\cdots (12)$$

여기서 σ_i는 方程式 i의 잔여항 ε_i의 분산으로서 一變量 最小自乘法(univariate ordinary least squares method)에 의해 구해진 殘差의 分散이다. δ_{ij}는 Kroneker delta로서 다음과 같다.

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$$

事前母數 π_1는 i번째 方程式의 i번째 變數, 즉 自體變數의 分散의 크기를 정하고, π_2는 $0<\pi_2<1$ 값으로 다른 變數들의 分散의 크기를 自體變數의 分散의 값보다 比例的으로 작게 되도록 조절한다. π_3는 시차값 s에 比例的으로 減少하는 s의 函數값으로 $\pi_3 = f(s)$이다. 즉 먼 과거시차의 變數일수록 적은 分散의 값을 갖도록 한다.

라. 係數의 時間變化構造에 대한 明示

係數 θ의 時間變化構造는 變化方程式 (3)에 의해 표현되었다.

$$\theta^{i}(t) = R^{i} \cdot \theta^{i}(t\text{-}1)^{i} + \mu(t)$$

μ의 分散 $Var(\mu(t))$에 대한 가정은 다음과 같다.

$$\Lambda^{i}_{st}(t) = \pi_6 \Sigma^{i}_{js}(0) \qquad \cdots\cdots (13)$$

9) 자체 과거의 첫번째 時差變數뿐만 아니라 둘째 변수도 중요하다고 믿는 경우도 상정할 수 있다.

10) 事前分散의 값이 작을수록 係數의 추정값이 事前平均에 강하게 매어지는 효과가 있다. 事前分散의 값이 0이 되면 계수값은 사전평균과 같게 된다.

π_6는 $0 \leq \pi \leq 1$ 값으로 Λ의 값은 초기의 Σ 값에 비례하여 주어진다.

한편 各 回歸方程式의 상수항에 대해서는 事前分布에 대한 지식이 없음을 반영하기 위하여 상수항의 事前平均은 0, 事前分散의 값 π_4는 크게 줌으로써 「칼만여과」과정동안 모델에 적절한 상수값을 표본으로부터 추출하도록 유도한다.

III. 最適母數의 選定

本節에서는 係數의 事前分布의 母數($\pi_1, \cdots, \pi_4$)의 값 및 時間變化率(π_6)을 어떻게 선택하는 것이 좋은가를 살펴본다. 事前分布의 母數값에 따라 推定結果가 달라질 뿐만 아니라 이 推定을 이용한 예측의 正確度도 영향을 받게 된다. 係數의 事前分布를 변동시킴에 따라 예측결과가 달라지는 경우 적절한 「베이지안」推論方法은 서로 다른 母數값에서 얻어지는 결과들을 事後分布의 確率密度函數값(probability density function)을 加重値로 해서 加重平均하는 것이다. 事後分布函數는 事前分布函數와 條件附確率密度函數(conditional probability density function)값의 곱으로 표현된다. 이 條件附確率密度函數가 다름 아닌 자료의 尤度函數이므로 「로그」尤度값은 모델의 適合度를 평가하는 좋은 척도가 된다. 특히 事前信賴를 도입하는 중요한 이유가 예측오차를 줄이는 것이라면 「로그」尤度값을 최대화하고 母數값을 선정하는 것이 좋은 것으로 생각된다.

1. 變形最尤度基準(Pseudo Likelihood Criterion)

「칼만필터」모델은 式(2), (3)에서와 같이

$$\left.\begin{array}{l} Y^i(t) = X(t)^i\theta^i(t) + \varepsilon^i(t) \\ \theta^i = R^i \cdot \theta^i(t-1) + \mu^i(t) \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} i=1,\cdots,n \\ i=1,\cdots,n \end{array}$$

이고 標本資料로 연산을 하기 위해서 $\theta(0)$, $\Sigma(0)$, R, σ, Λ 값은 事前 明示한다.

그런데 實證分析에 있어서 예측오차와 그 분산은

$$\varepsilon^i(t) = Y^i(t) - X^i(t)\,\theta^i_t(t-1) \quad \cdots\cdots(14)$$

$$\eta^i(t) = Var(\varepsilon^i(t)) = \sigma(t) + X(t)\Sigma_{t|t-1}X(t)' = Var(Y_{t|t-1}) \quad \cdots(15)$$

이다. ε가 정규분포를 가진다면 「로그」尤度函數는

$$log\ L^i = -\frac{T}{2}\,log\ 2\pi - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} log\ \eta^i(t) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{(\varepsilon^i(t))^2}{\eta^i(t)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

이 된다.

그러나 이 「로그」尤度函數를 최대화하는 것으로 最適母數를 선정하는 것은 문제가 있다. 모델의 연산을 위해 事前에 明示된 $\Sigma(0)$, σ, Λ 등의 분산값을 λ倍 하면 계수의 事後平均의 값 $\theta_{t|t}$는 변하지 않는 반면 $\eta(t)$값은 λ倍 된다. 따라서 「로그」우도값은 달라지게 된다. 즉 동일한 예측오차를 초래하는 모수가 그 스케일을 달리함으로써 상이한 우도값을 갖게 하는 모순이 발생하게 된다.

Doan-Litterman-Sims(1984)는 이러한 문

제를 해결하기 위해서 이 우도함수를 최대화하는 λ값을 구해서 이를 우도함수에 대입한 다음의 代用尤度函數를 사용할 것을 제안하였다.

$$log\ L = -\frac{T}{2}\ log\ \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\frac{\varepsilon^2(t)}{\eta(t)/\bar{\eta}_t} - Constant \quad \cdots\cdots (17)$$

여기에서 $\bar{\eta} = \Pi_{t=1}^{T}\eta(t)^{1/T}$

즉 $\bar{\eta}$는 $\eta(t)$의 幾何平均이 된다. 따라서 이 우도함수는 동일한 事後係數, 즉 同一豫測値에 대해 유일한 우도값을 제공하므로 最適豫測의 기준이 된다. 또한 最適母數는 예측오차의 자승을 오차의 표본기간 평균분산의 해당기 분산에 대한 比率을 加重値로 하여 加重平均한 平均豫測誤差의 자승을 最小化하는 것이다.

한편 「칼만필터」과정에서 생성된 1期 앞 예측오차가 自己回歸 條件附 異分散(autoregressive conditional heteroscedasticity ; 이하 *ARCH*라고 함)을 갖게 될 경우에는 「칼만필터」과정이 가장 효율적인 계수를 추정하는 방법이 되지 못한다는 지적이 있다. 따라서 이 *ARCH*가 있을 때의 문제점과 이 문제를 제거하는 방법도 논의하고자 한다.

2. ARCH除去를 위한 「칼만필터」의 修正[11)]

「칼만필터」과정으로 인하여 생기는 1期 앞 예측오차는 異分散(heteroscedasticity)을 갖게 된다. 「칼만필터」과정은 式(7)에서와 같이 분산 η_t으로 나누어진 값을 이용해서 계수의 값을 수정하므로 일반적인 異分散으로 인해서 추정방법이 효율적이지 못하게 되는 問題는 이미 해결을 하고 있다고 볼 수 있다.

그러나 Engle(1982)이 지적한 바와 같이 예측오차의 분산이 自己回歸한다면 分散 $\eta(t)$의 제곱근으로 $Y(t)$ 및 $X(t)$를 나누는 加重最小自乘法(weighted least squares)은 더 이상 효율적이 아니다[12)].

豫測誤差의 分散 η_t가 다음과 같이

$$\eta_t = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon^2_{t-1} + \cdots + \alpha_p\varepsilon^2_{t-p} + e_t \quad \cdots\cdots (18)$$

自己回歸하면 과거의 豫測誤差는 미래의 분산값에 대해서 情報를 주게 되지만 單純加重最小自乘法은 이를 이용하지 않기 때문이다. 이 경우 式(16)의 「로그」尤度函數를 극대화하는 θ의 값은 다음을 만족시켜야 한다.

$$\frac{\partial\ log\ L}{\partial\theta} = \frac{1}{T}\Sigma\frac{\varepsilon_t X'_t}{\eta_t} + \frac{1}{T}\Sigma\frac{1}{2\eta_t}\frac{\partial\eta_t}{\partial\theta}\left(\frac{\varepsilon_t^2}{\eta_t} - 1\right) \quad \cdots\cdots (19)$$

첫번째項은 일반적인 異分散(heteroscedasticity)의 수정을 위한 조건이다[13)]. 두번째項은 η_t가 θ의 함수이므로 극대화조건의 일부가 되었다.

실제로 $\frac{\partial\eta_t}{\partial\theta}$의 값은 다음과 같다.

11) 本節에 論議되는 *ARCH*現象에 대해서 자세한 사항은 Engle(1982)과 Bollerslev(1986)를 참조.

12) 여기에서 效率的이 아니란 말은 추정결과가 最尤度推定値(maximum likelihood estimator)와 다름을 뜻한다.

13) 「칼만필터」演算公式을 보면 異分散의 제거를 위한 조건을 충족시키고 있음을 알 수 있다.

$$\frac{\partial \eta_t}{\partial \theta}=\alpha_1\varepsilon_{t-1}X'_{t-1}+\cdots+\alpha_p\varepsilon_{t-p}X'_{t-p}$$

이를 式(19)에 대입하고 X와 ε에 대해서 정리를 하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial\, log\ L}{\partial \theta}=\frac{1}{T}\Sigma\varepsilon_t X'_t[\eta_t^{-1}-\sum_{j=1}^{p}\alpha_j\eta_{t+j}^{-2}(\varepsilon_{t+j}^2-\eta_{t+j})]$$

$$=\frac{1}{T}\Sigma\varepsilon_t X'_t\cdot S_t \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (20)$$

만약에 p가 1일 경우 즉 1次自己回歸의 경우 S_t는 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$S_t=\eta_t^{-1}(1-\alpha\frac{\eta_t}{\eta_{t+1}}(\frac{\varepsilon_{t+1}^2}{\eta_{t+1}}-1))$$

η_t는 η_{t+1}와 $\frac{\varepsilon_{t+1}^2}{\eta_{t+1}}$는 $\frac{\varepsilon_t^2}{\eta_{t+1}}$와 서로 거의 같다고 볼 수 있다.

또한 $E(\frac{\varepsilon_{t+1}^2}{\eta_{t+1}})=1$이므로 S_t는 다음과 같이 바꿔 쓸 수 있다[14].

$$S_t\approx\eta_t^{-1}(1\text{-}g(\frac{\varepsilon_t^2}{\eta_t}-1))\approx$$

$$\eta_t^{-1}[1+g(\frac{\varepsilon_t^2}{\eta_t}-1)]^{-1} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (21)$$

따라서 *ARCH*를 수정하기 위해서는 η_t 대신에 $\eta_t[1+g(\frac{\varepsilon_t^2}{\eta_t}-1)]$로 나눈 正常式(normal equation)을 풀어야 할 것이다. 「칼만필터」과정은 η_t로 나누고 있으므로 효율적 추정을 위해서는 수정이 필요하다. 이것을 수정하기 위해 정상적인 「칼만여과」과정을 통하여 ε_t 및 $\frac{\varepsilon_t^2}{\eta_t}$의 값을 구한후 $\lambda_t=1+g(\frac{\varepsilon_t^2}{\eta_t}-1)$로 θ_t의 事後分散行列을 확대시키도록 한다. $t+1$期에도 정상적인 「칼만여과」과정으로 λ_{t+1}의 값을 구한후 θ_{t+1}의 分散行列을 확대시켜야 하나 이에 분산행렬이 t期에서 λ_t만큼 확대되어 있으므로 동 분산행렬을 $\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}$만큼 倍數調整(scale up)하여야 하며 이와 같은 절차를 末期까지 계속 반복하여야 한다[15].

ARCH 존재유무를 테스트하기 위해서는 *ARCH*가 없다는 가정하에 「칼만필터」를 처음부터 끝까지 하여 얻은 1期 예측오차의 자승을 상수항과 p개의 自己時差變數에 회귀시킨 회귀식을 추정한다. 여기에서 얻은 이 회귀식과 ε_t^2과 복합상관계수(R^2)와 오차의 수(T)를 곱한 $T\cdot R^2$가 충분히 큰지를 본다. *ARCH*가 존재하지 않는다면 $T\cdot R^2$은 $\chi^2(P)$의 확률분포를 갖는다[16]. 여기에서 *ARCH*가 존재한다고 판명되면 시차변수의 계수추정치 $\hat{\alpha}$를 이용하여 λ_t의 값을 계산한다. 이와 아울러서 最適母數選定을 위한 우도함수도 η_t를 S_t^{-1}로 置換한 것이 되어야 한다.

3. 多量母數 體制

이제까지는 모든 式의 事前分布의 構造가 같은 것을 전제로 설명하였다. 그러나 式의 사전분포는 서로 다를 수가 있다. 예를 들면 GNP 式은 公共投資式보다 변수의 시차가 더 중요할 수가 있다. 또한 M_2의 係數의 時間變

14) $1\text{-}a\approx\frac{1}{1+a}$(만약 a가 아주 작을 경우).

15) p가 2 이상일 경우나 Bollerslev(1986)가 말하는 바와 같이 條件附分散이 보다 일반적인 형태의 *ARCH*, 즉 *GARCH* (generalized autoregressive conditional heteroscedasticity) 과정일 경우에 「칼만필터」연산과정을 그대로 두고 수정하는 것은 어려운 명제로 생각된다. 이때는 最尤度函數를 직접 추정하는 복합된 절차를 취해야 할 것이다.

16) Engle(1982) 참조.

動率은 私債市場利子率과 다를 수가 있다. 이렇게 式간에 係數의 構造가 다를 경우 모든 式을 같게 취급하고 單一事前分布보다는 式들을 크게 2개의 집단으로 분류하여 첫번째 집단의 式의 母數는 두번째 집단의 모수의 π_5倍로 하는 二重母數體系가 우도값을 크게 할 것이다[17]. 이 경우 해당집단의 계수의 事前分布의 분산이나 時間變動係數의 분산을 적절하게 배수조정하여야 한다. 이 倍數母數 π_5도 추정되어야 한다.

4. 段階的 母數探索

本節에서 논의한 7개의 母數들의 最適벡타값을 찾는 것은 매우 지루하고 시간이 걸리는 일이다. 이를 조직적으로 찾아내는 방법을 모른다면 지금까지의 모든 논의는 크게 도움이 되지 않을 것이다. 그러나 Sims의 Bayesmth 계산프로그램은 미리 母數벡터값($\pi_i, i=1,\cdots,n$)을 여러 개 뽑아서 이에 대한 各式의 우도값의 합 $\{f(\pi_i),\ i=1,\cdots,n\}$을 이미 계산해 갖고 있을 때, Bayesmth는 $(\pi, f(\pi_i))$의 모든 점을 연결하는 함수 $f_1^* : f_1^*(\pi_i)=f(\pi_i)$를 구한 뒤 이를 이용해서 f^*를 최대화하는 π_1^*를 구하여 줌으로써 다음 번에 시도해볼 母數값 탐색의 방향을 제시하여 준다.

$\pi_1^*=\pi_{n+1}$을 이용해서 「칼만연산」과정을 지나면 다시 $f(\pi_{n+1})$의 값이 구해진다. 이제는 하나가 더 늘어난$(\pi_i,\ f(\pi_i))$를 연결하고 함수 f_2^*를 구해서 f_2^*를 극대화시키는 점 π_{n+2}^*를 찾아 준다. 이러한 과정을 계속함으로써 $f(\pi)$의 값이 어느 일정한 값에 접근하도록 한다.

이것의 자세한 사항은 附錄에 수록되어 있다. 실제로 이 과정은 최대값(global maxima)을 찾는다기보다는 극대값(local maxima)을 찾아준다. 따라서 Bayesmth를 이용하기 전에 母數벡터空間을 몇개의 넓은 지역으로 나누어서 탐색(crude grid search)을 선행하는 것이 좋다. 제1단계에서는 π_1과 π_6만을 변동시키면서 「그리드」探索(grid search)을 하고 제2단계에서는 母數의 式別差異의 구조를 판별한 후 마지막 단계에서 이 Bayesmth프로그램을 이용하여 탐색하는 것이 바람직하다.

IV. 實證分析

1. 資料說明

實證分析에 사용된 資料는 1970년 1/4분기부터 1985년 2/4분기까지의 分期別 時系列資料이며 이에 포함된 變數 및 略字는 다음과 같다.

RGFIN : 1980년 價格基準 實質政府建設(季節變動調整後)의 自然對數값

M_2 : 總通貨(季節變動調整後)의 自然對數값

17) 式別로 事前分布를 모두 다르게 할 경우 式別尤度는 더 커질 수 있다. 그러나 本 硏究에서는 가급적 모든 式을 같게 취급하도록 하는 벡터自己回歸모델의 기본정신에 부합하도록 2개 이상의 집단을 만들지 않기로 한다.

RUN : 私債市場利子率

RPFIN : 1980년 價格基準 實質民間建設(季節變動調整後)의 自然對數값

RGNP : 1980년 價格基準 實質國民總生産(季節變動調整後)의 自然對數값

CPI : 消費者物價指數의 自然對數값

여기에서 公共投資에 관한 資料中 分期別로 나타나 있는 것은 新國民計定導入 以前의 時系列 중 政府建設資料밖에 없어 *RPFIN*과 *RGNP*로 舊系列을 이용하였다. 舊系列의 GNP「디플레이터」는 1983년 2/4분기까지만 작성되어 있어 物價指數로 消費者物價指數를 사용하였다.

計定變動要因을 調整하기 위해서는 X−11 ARIMA方式을 사용하였으며, 利子率을 제외하고 이를 變數의 自然對數값을 모델의 變數로 사용하였다. 時差 k로는 4를 이용하였다.

2. 變動係數모델의 明示

모델은 6變數 變動係數모델이다.

$$Y_i(t)=X(t)\theta^i(t)+\varepsilon^i(t)$$
$$\theta^i(t)=\theta^i(t-1)+\mu^i(t)$$

로써 이들 係數의 事前分布는 다음과 같다[18].

$$\theta^i(0)\sim N(m^i_{js}\ \Sigma^i_{js})$$

$$m^i_{js}\begin{cases}=1 & (i=j\text{이고 } s=1)\\ =0 & (i\neq j\text{ 또는 } s\neq 1)\end{cases}$$

$$Var(\theta^i_{js})=\Sigma^i_{js}=\sigma_i\times\frac{\sigma_i}{\sigma_j}\ \pi_1\times\frac{1}{S^{\pi 3}}\quad(i=j)$$

$$=\Sigma^i_{js}=\sigma_i\times\frac{\sigma_i}{\sigma_j}\cdot\pi_1\cdot\pi_2\times\frac{1}{S^{\pi 3}}$$

$$\pi_1=TIGHT,\ \pi_2=OTHERS,$$
$$\pi_3=DECAY,\ \pi_6=TVAR$$
$$Var(\mu^i(t))=\pi_6\cdot Var(\theta^i_{t|t-1})$$

π_1, *TIGHT*는 自體變數뿐만 아니라 모든 時差變數의 分散값의 크기를 정한다. 이 값이 작을수록 係數의 事後平均을 係數의 事前平均값의 근처에 '꽉' 잡아매는 役割을 하는 母數이다. σ_i는 i式의 잔여항의 分散이다. 이는 i 變數를 자신의 4개의 時差에 회귀시킨 式을 추정했을 때의 殘差의 標本分散값으로 추정된다[19]. π_2, *OTHERS*는 타변수의 分散의 自體變數의 分散에 대한 比率이다. $\pi_3=DECAY$는 시차의 수가 분산의 크기를 축소시키는 정도를 나타내는 母數로서 이 *DECAY*의 값을 크게 할수록 時差가 커짐에 따라 分散은 더 빠르게 작아진다[20].

3. 最適母數의 選定

III章에서 설명한 바와 같이 變動係數모델의 추정결과는 어떠한 母數값을 사용하느냐에 따라 영향을 받게 된다. 선정기준을 式(17)에 의한 尤度값을 식별로 계산하여 합한 값(이하 *LHSUM*)이다. 이 *LHSUM*을 최대로 하는 母數의 探索은 3단계로 진행되었다.

가. 第1段階

제1단계에서는 *ARCH*의 존재나 式別母數

18) R을 항등행렬로 가정한 것과 같다.
19) Doan-Litterman-Sims는 殘差의 分散값에 0.9를 곱한 것을 사용하는 것을 제의하였다. 그러나 *TIGHT*, π_1을 추정하는 과정에서 倍數調整으로 이 문제는 해결이 된다.
20) 本 實證分析은 *RATS* Version 3.0을 이용하여 수행되었다.

〈表 1〉 **TBVAR**의(제1단계 母數探索) 結果

π_1 TIGHT	π_6 TVAR	LHSUM	Theil's U(1分期後) RGFIN	M2	RUN	RPFIN	RGNP	CPI
0.1	0.1	1589.930*	1.056	0.304**	1.043	1.031	0.956	0.555
0.2	0.1	1580.540	1.021	0.306	1.061	1.006	0.979	0.537
0.3	0.1	1566.341	1.003	0.310	1.078	0.997**	0.992	0.535
0.4	0.1	1550.613	0.997**	0.315	1.090	0.998	1.001	0.538
0.5	0.1	1534.797	0.999	0.320	1.098	1.003	1.008	0.543
0.6	0.1	1519.460	1.005	0.324	1.103	1.008	1.014	0.548
0.7	0.1	1504.843	1.013	0.328	1.107	1.014	1.018	0.553
0.8	0.1	1491.054	1.023	0.332	1.108	1.020	1.021	0.558
0.9	0.1	1478.131	1.033	0.336	1.109	1.025	1.024	0.562
0.1	0.2	1571.520	1.089	0.302	1.070	1.053	0.997	0.537
0.1	0.3	1552.264	1.114	0.305	1.086	1.074	1.035	0.530
0.1	0.4	1535.080	1.130	0.308	1.097	1.090	1.064	0.527
0.1	0.5	1519.877	1.141	0.311	1.104	1.102	1.085	0.526**
0.1	0.6	1506.346	1.147	0.314	1.109	1.110	1.110	0.526
0.1	0.7	1494.237	1.152	0.317	1.112	1.117	1.111	0.526
0.1	0.8	1483.366	1.155	0.319	1.114	1.122	1.118	0.526
0.1	0.9	1473.586	1.158	0.321	1.116	1.126	1.124	0.527
0.1	0.0	1581.045	1.030	0.334	1.030**	1.026	0.942**	0.609

註 : 1) 本表의 Theil's *U*값은 1971년 1/4분기부터 1985년 2/4분기까지 前期에 대한 變動係數模型의 1期앞 豫測誤差임.
2) π_1, π_6의 母數는 첫번째와 두번째 列과 같고 다른 事前制約의 母數는 다음과 같음.
$\pi_2=0.2411695$ $\pi_3=1$ $\pi_4=2$ $\pi_5=1$ $\pi_7=0$
3) 여기에서 *는 제1단계 탐색결과 중 尤度값이 最大인 경우이고 **는 Theil's *U*값이 式別로 最小가 되는 경우임.

가 다른 경우는 고려하지 않고, 다른 모수들은 고정시키고 *TIGHT*와 *TVAR*만을 변화시켜 다음 단계의 조직적인 母數探索의 시발점을 찾는 것을 주안점으로 하였다.

*TVAR*을 0.1로 하고 *TIGHT*를 0.1에서 0.9까지 변화시킬 때 〈表 1〉에서 보는 바와 같이 *TIGHT*가 0.1일 때 *LHSUM*의 값이 제일 크다. 그러므로 이제는 *TIGHT*를 0.1로 하고 *TVAR*를 0.1에서 0.9까지 변화시켜 보았다. 이 18가지 母數벡타 중에서 *TIGHT*와 *TVAR*이 각각 0.1일 때 *LHSUM*이 가장 크다.

〈表 1〉의 오른쪽을 보면 各式의 「타일 *U*」값을 가장 작게 하고 모수의 결합이 式마다 다름을 알 수 있다[21].

21) 「타일 *U*」값(Theil's *U* Statistics)은 해당모델을 이용한 경우(*M.D*)의 豫測誤差自乘의 平均의 次期의 값이 今期와 같다는 공식을 이용할 경우(*R.W*)의 誤差自乘의 평균에 대한 비율의 제곱근이다.
$U=\sqrt{MSE(MD)/MSE(RW)}$ 이 *U*값이 1보다 크

따라서 제2단계에서는 式別母數構造의 차이를 알아보고 이를 추정에 반영하는 방법을 모색하도록 하였다.

나. 第2段階

母數의 式別差異를 알아보기 위해서 여러가지 형태의 모형을 추정하였다. 일차적으로 계수변동이 없다고 가정하고 또한 「베이지안」事前信賴도 이용하지 아니하고 自己時差만을 설명변수로 한 式(*OLS*)과, *OLS*와 같은 가정을 하고 다른 변수의 時差도 설명변수로 한 式(*VAR*)을 추정하였다. 또한 이 *OLS*에 「베이지안」事前制約을 부과한 *BOLS*와 *VAR*에 「베이지안」事前制約을 부과한 *BVAR*을 추정하였다. 70년 1/4분기부터 80년 4/4분기까지의 기간을 대상으로 추정한 이들의 式을 이용해서 83년 1/4분기부터 85년 2/4분기까지의 기간에 대한 1期앞 예측을 할 경우 「타일 *U*」값이 〈表 2〉에 기록되어 있다. 「베이지안」事前制約은 제1단계의 결과 중 *LHSUM*을 제일 크게 하는 $\pi_1=0.1$, $\pi_6=0.1$을 이용하였다[22].

다는 것은 모델추정을 하지 아니하고 주먹구구식으로 예측하는 것보다 모델을 이용하는 것의 平均誤差가 크다는 것을 뜻한다.

22) *RATS* Version 3.0은 이 探索을 간편하게 하는 프로그램(RUNTHEIL. PRG)을 갖고 있다.

23) Sims는 變動係數모델을 *BVAR*이라고 하였지만 本稿에서는 「베이지안」事前制約만을 적용한 모델을 *BVAR*이라 하고 變動係數모델은 *TBVAR*이라고 하고 있음을 유의해야 한다. 用語使用에 통일이 없는 단점이 있지만 시간변동 허용여부에 따른 차이를 강조하기 위한 고려라고 생각해야 할 것이다.

24) *OTHERS*의 크기를 0.24보다 작게 할 경우에 *LHSUM*의 값이 증가함이 발견되어 제2단계탐색에서는 *OTHERS*로는 π_2대신 π_2^2을 사용하였다.

*OLS*와 *BOLS*를 비교해 보면 *RGFIN*, M_2 및 *CPI*에 있어 *BOLS*의 *U*값이 *OLS*의 경우보다 큰 것을 알 수 있다. 이는 이들 3개의 式에서는 사전제약이 너무 강한 것을 시사하므로 Doan(1989)의 제의를 따라 이들의 *TIGHT*의 값은 다른 式보다 크게 하여 줄 것이 요구된다.

한편 *BVAR*과 *BOLS*를 비교하여 볼 때 *BVAR*의 *U*값이 *RGFIN*, *RUM*과 *RGNP*에서는 *BOLS*보다 적은 반면 M_2, *RPFIN*과 *CPI*에서는 *BOLS*보다 큰 것을 알 수 있다. M_2, *RPFIN*과 *CPI*는 *OTHERS*(π_2)를 작게 하면 예측오차가 확실하게 줄어들 것이고 *RGFIN*과 *RUM* 및 *RGNP*는 π_2를 크게 해 줄 경우 豫測誤差가 줄어들 여지가 있다.

한편 계수의 시간변동을 고려하지 아니한 *BVAR*과 계수의 시간변동을 고려한 *TBVAR*을 비교해 보면 係數의 時間變動要因의 도입으로 예측이 향상되는 것을 알 수 있다[23]. *RGFIN*, *RPFIN*과 *RGNP*는 시간변동 도입후에 「타일 *U*」값이 커지는 반면 M_2, *CPI*는 시간변동후 *U*값이 현저히 줄어든 것을 볼 수 있다. *RUM*도 소폭이나마 *TBVAR*에서 예측이 향상됨을 알 수 있다. 따라서 *RGFIN*, *RPFIN*과 *RGNP*는 時間變動率을 다른 변수들보다 작게 줄여줄 필요가 있다. 따라서 母數를 式別로 다음과 같이 다르게 하는 것을 시도해 본다.

- *TIGHT* : 式 (1),(2),(6)은 式 (2),(3),(5)의 4배
- *OTHERS* : 式 (1),(2),(3),(5)는 式 (4),(6)의 2배[24]
- *TVAR* : 式 (1),(4),(5)는 式 (2),(3),(6)의 1/8배

〈表 2〉 第2段階 母數探索結果 및 각 모델의 比較

	OLS	*BOLS*	*VAR*	*BVAR*	*TBVAR*		
Theil's *U*					I 단계	II-1	II-2
式(1) *RGFIN*	0.737	1.004	1.288	0.916	0.996	0.844	0.877
式(2) M_2	0.558	0.785	0.420	0.774	0.493	0.491	0.491
式(3) *RUM*	1.313	1.154	1.574	1.090	1.06	1.043	1.054
式(4) *RPFIN*	0.966	1.007	1.083	1.023	1.062	1.040	1.040
式(5) *RGNP*	0.704	0.709	1.009	0.649	0.732	0.704	0.729
式(6) *CPI*	1.277	2.919	2.668	3.162	1.083	0.874	0.874
LHSUM					1589.930	1613.166	1616.381
TIGHT π_1		0.1		0.1	0.1	0.4(1,2,6 式) 0.1(2,3,5 式)	
OTHERS π_2		0.001		0.24	0.24	0.116(1,2,3,5 式) 0.058(4,6 式)	
DECAY π_3		1.0		1.0	1.0	1.0	II-1과 같음
CONST π_4		2.0		2.0	2.0	2.0	
π_5					1	0.5	
TVAR π_6		0		0	0.1	0.0125(1,4,5 式) 1(2,3,6 式)	
ARCH π_7		0		0	0	0	0.3(1,3,5 式) 0(2,4,6 式)

註 : 여기에서 Theil's *U*는 모델을 이용하여 1983년 1/4분기에서 1985년 2/4분기까지의 기간에 대해서 1期앞 예측을 하였을 경우의 값임.

〈表 4〉에서 보는 바와 같이 이렇게 式간의 母數값이 다를 경우에 單一母數體制보다 *LHSUM*이 1589.93에서 1613.166으로 크게 증가한다. 그리고 모든 式에 있어서 「타일 *U*」값이 향상되는(작아지는) 결과를 얻게 된다. *OLS*와 비교해 볼 때 *RGFIN*을 제외하고는 모든 式에 있어서 다른 변수의 時差變數들이 예측의 正確度를 제고시키는 데 기여하고 있는 것으로 나타났다. 따라서 外生的으로 결정된다고 볼 수 있는 政府建設의 경우를 제하고는 계수의 과다로 인하여 예측이 부정확해질 수 있는 *VAR*의 內在的인 문제를 *TBVAR*모형이 2단계에서 이미 상당히 극복하고 있다고 볼 수 있다.

Ⅲ章 1節에서 이야기한 바와 같이 오차의 분산이 自己回歸하고 있다면 이로부터의 情報를 이용해서 豫測의 正確度를 높일 수 있는 여지가 있다. 따라서 제2단계의 탐색을 마치고 「베이스스므드」프로그램을 이용한 3단계 母數探索에 앞서서 豫測誤差의 分散의 自己回歸與否를 조사하였다.

예측오차의 自乘을 첫번째 自己時差에 회귀

〈表 3〉 **ARCH테스트 結果**

變 數	時 差=1		時 差=4
	R^{2} 2)	$ARCH$ 1)	R^{2} 3)
RGFIN	0.084*	0.287(2.01)	0.252*
M_2	0.001	0.046(0.25)	0.029
RUM	0.263*	0.512(3.96)	0.432*
RPFIN	0.024	-0.157(-1.04)	0.016
RGNP	0.047	0.212(1.46)	0.028
CPI	0.000	-0.004(-0.06)	0.007

註 : 1) *ARCH*는 $\varepsilon_t^2=\alpha_0+\alpha_1\varepsilon_{t-1}^2$式의 α_1의 추정값이며 ( )안은 t값임.
2) *는 $R^2\times T$가 $\chi^2(1)$의 95 percentile인 3.84보다 큰 경우로서 이 경우 *ARCH*가 존재한다고 볼 수 있음.
3) 본 列의 수치들은 $\varepsilon_t^2=\alpha_0+\alpha_1\varepsilon_{t-1}^2+\alpha_2\,\varepsilon_{t-1}^2+\alpha_4\,\varepsilon_{t-2}^2$을 추정하였을 경우의 R^2값임. *는 $R^2\times T$가 $\chi^2(4)$의 95 percentile보다 큰 경우임.

시킨 결과는 〈表 3〉에 수록되었다. *RGFIN*과 *RUM*式에 한하여 시차변수의 계수값이 統計的으로 有意하였다.

Engle(1982)이 제의한 χ^2테스트를 적용할 경우에도 이 두 式에서만 *ARCH*가 존재하지 않는다는 空假說이 5% 수준에서 기각된다.

따라서 두 변수에 대해서 前章에서 살펴본 *ARCH*調整을 위하여 「칼만여과」과정을 수정할 경우의 결과가 〈表 3〉에 있다. *ARCH*母數(π_7)를 0.2로 하였을 때 *LHSUM*이 1613.166에서 1612.085로 감소함과 아울러 *ARCH*가 수정된 式의 「타일 *U*」값이 전보다 조금씩 커지는 결과가 나왔다. *RGNP*의 예측과 분산의 시차변수의 계수가 0.2로서 *RGFIN*의 그것과 같은 크기이고 t값은 1.46이 되므로 *RGNP*에도 *ARCH*修正을 적용하여 보았다. 아울러서 *ARCH*母數(π_7)을 0.3으로 늘려보았을 때 *LHSUM*의 값은 증가했으나 *U*값은 *ARCH*調整한 세 式 모두에 있어서 악화되었다. 이와 같이 母數값이 式別로 달라질 수 있음을 감안하는 것은 예측을 향상시키나 *ARCH*의 수정은 豫測正確度 제고에 도움이 되지 아니하였음을 알 수 있다.

이 경우 불확실성의 이유가 *ARCH*調整方法에 문제가 있는 것인지 *ARCH*의 존재가 통계적으로 강하게 有意하지 않기 때문인지는 확실하지 않다. 그러나 이에 대해서는 다음 단계에서 여러가지 母數의 結合을 시도해서 결과의 변화를 관찰함으로써 보다 잘 알게 될 것을 기대하고 3단계로 넘어갔다.

다. 第3段階

이번 단계에서는 제1, 제2단계에서 얻은 母數의 대략적인 위치에 대한 정보를 근간으로 해서 「베이스스므드」컴퓨터프로그램을 이용한 조직적인 탐색을 시도한다.

이 3단계 母數探索은 2단계 탐색에서 사용한 母數벡터값들과 또 추가로 선택한 母數값 10개와 母數값의 *LHSUM*값 $[(\pi_i, f_i),\ i=1, \cdots n]$를 이용해서 Bayesmth로 하여금 이 10

〈表 4〉 第 3 段階 母數探索結果

		Bayesmth에 의한 母數探索後 TBVAR의 豫測結果				ARCH 修正前
Theil's U	OLS	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
式(1) *RGFIN*	0.737	0.838	0.730	0.899*	0.791	0.817
式(2) M_2	0.558	0.458	0.415	0.505	0.451	0.458
式(3) *RUM*	1.313	0.973	1.051	1.101	0.983	0.972
式(4) *RPFIN*	0.966	1.025	1.034*	1.059*	1.023	1.025
式(5) *RGNP*	0.704	0.706	0.717*	0.689	0.711	0.686
式(6) *CPI*	1.277	0.703	0.698	0.882	0.704	0.713
LHSUM		1626.612	1609.113	1610.067	1621.743	1621.550
π_1		0.055	0.098	0.100	0.083	0.055
π_2		0.020	0.156	0.121	0.052	0.020
π_3		0.185	0.906	1.000	0.973	0.185
π_4		2.412	1.995	2.000	2.330	2.412
π_5		0.155	0.131	0.500	0.177	0.155
π_6		0.051	0.097	0.100	0.061	0.051
π_7		0.242	0.397	0.300	0.305	0.000

註 : 1) 여기에서 π_2는 (1),(2)式은 0.17, (3),(4)式은 0.083, (5),(6)式은 0.041이 이용되었음.
2) *는 *OLS*보다 Theil's U값이 큰 경우.

개의 점을 연결하는 연결함수 f_1^*를 구한 뒤 이 f_1^*를 극대화하는 점 π_{11}을 구하도록 한다. 연결함수 f_1^*는 10개의 (π_i, f_i)를 이용해서 구할 경우 어떠한 모수값 π의 條件附期待值 $E[f(\pi) \mid (\pi_i, f(\pi_i)), i=1, \cdots 10]$가 된다. π_{11}이 구해지면 「칼만필터」과정을 거쳐서 *LHSUM*값 f_{11}을 구한다. 그리고 다시 Bayesmth로 하여금 11개의 점을 연결하고 연결함수 f_2^*를 구하고 f_2^*를 극대화하는 π_{12}을 찾게 한다. 이러한 과정을 30회 계속하였음에도 f값은 極大값에 접근하지 않으므로 낮은 값의 f_i를 가지는 母數값들은 일부 버리고 이 과정을 약 15회 가량 계속하였을 때 f값이 極大값에 수렴하였다[25]. 결과는 〈表 4〉에 정리되어 있다.

(A)는 *LHSUM*이 가장 크게 되는 경우이다. 이 경우의 모수값은 하단에 명기되어 있다. 그러나 이 경우 「타일 U」값으로 비교해 보면 *RGFIN, RPFIN* 및 *RGNP*式에 있어 *TBVAR*이 *OLS*보다 예측이 부정확한 것으로 나타난다. (B)는 *RGFIN*과 *RPFIN*式의 「타일 U」값을 *OLS*보다 작게 하는 경우이고, (C)는 *RGNP*의 U값이 *OLS*보다 작은 경우이다. (D)는 탐색결과를 *RPFIN*의 U값이 제일 작아지는 경우이나 여기에서도 *OLS*보

25) 퍼스널 컴퓨터로 Bayesmth를 돌릴 경우 (f_i)의 값을 50개 이상 사용하면 f^*에 필요한 역행렬 $[COV(f_i, f_j)]^{-1}$를 구하지 못한다.

다는 큰 것을 알 수 있다.

이상에서 民間建設投資를 제외하고 모든 변수에 대한 적절한 母數를 선택하는 變動係數 벡터모델이 *OLS*나 다른 모형보다 豫測의 正確度가 떨어지지 않는다는 것을 알 수 있다.

또한 흥미로운 것은 變動係數모델(*TBVAR*)이 *RGNP*를 제외하고 모든 경우에 있어서 不變係數「베이지안」벡터모델인 *BVAR*보다 *U*값이 작은 것을 알 수 있다. 특히 *CPI*는 係數變動을 도입하면서 *U*값이 3.162에서 0.874로 매우 현저하게 작아짐을 알 수 있다.

本 硏究에서 시도한 모든 형태의 벡터모델이 民間建設投資를 *OLS*보다 정확하게 예측하지 못하는 것은 놀라운 일이 아니다. 왜냐하면 *OLS*의 경우에서도 볼 수 있듯이 民間建設投資가 임의적으로 보행(random walk)하고 있으므로 첫번째 시차계수값이 1, 다른 계수값은 0이 된다. 그러므로 계수값이 1에서 늘 벗어나게 하는 *TBVAR*이 Random Walk의 예측에 있어 *OLS*를 능가하지 못하는 것이다.

標本이 추출된 기간이 經濟計劃에 의하여 民間投資를 유도했던 기간이었음에 비추어 政府政策方向이 民間의 投資決定에 가장 중요한 역할을 하였을 것이다. 重化學工業育成을 위해 建設民間投資事業이 政策金融에 의해 지원되었으므로 이들 투자가 私債市場利子率이나 金融利用可能性의 척도인 M_2의 변화에 영향을 별로 받지 않고 이루어졌다는 것을 알 수 있다. 그러나 民間投資가 자기보행을 한다는 것은 믿기 어려운 일이므로 이 점에 대한 추가적인 연구가 필요하다.

한편 *ARCH*修正의 효과를 측정하기 위해서 다른 母數는 모두 (A)와 같은 값을 갖도록하고 *ARCH*修正을 하지 않은 경우의 결과를 추정하여 <表 4>의 (E)列에 명기하였다. (E)列의 결과를 (A)와 비교할 때 *ARCH*修正後 전기간의 尤度값 *LHSUM*은 커지는 반면 *ARCH*修正이 이루어진 式의 *U*값이 커지는 것을 볼 수 있다.

*U*값이 현저히 커지는 곳이 *ARCH*가 통계적으로 그다지 有意하지 않았던 *RGNP*와 *RGFIN*인 점이 주목할 만하다. 母數選定基準으로 사용된 *LHSUM*은 每期의 誤差의 自乘의 가중치를 다르게 가중평균한 것에 비례하고 *U*값은 標本末期에의 기간의 예측오차자승의 單純算術平均의 제곱근에 비례한다. 이와 같이 대상기간이 다르고 가중치가 서로 다르므로 *LHSUM*을 향상(크게)시키는 모수가 반드시 *U*값을 향상(작게)시킬 수는 없으므로 이상의 결과는 기대될 수 없는 것은 아니다. 그러나 本 硏究에서 사용한 *ARCH*의 수정방법이 표본기간 밖의 예측의 정확도를 제고시키지 못하고 있으므로 正確度를 제고시키는 修正方法에 대해서 연구가 필요하다고 생각된다.

V. 結　　論

우리나라와 같이 經濟構造가 급격히 변하는 반면 이용가능한 자료는 충분히 많지 아니한 상황에서 豫測者가 시도해 볼 수 있는 방법으로 變動係數벡터自己回歸(*TBVAR*)模型을 소개하였다.

同 模型은 계수의 값에 대하여 事前制約을 賦課하고 時間變動을 허용함으로써 係數의 過

多로 인하여 예측이 부정확해지는 *VAR*의 단점과 係數의 過小로 인하여 주요한 상관관계를 포착하지 못하는 단순한 모델의 단점을 동시에 보완할 수 있는 방법이다.

本稿는 「칼만필터」의 演算過程과 「베이지안」事前制約의 明示方法 등 *TBVAR*模型이 추정에 사용하는 방법뿐만 아니라 事前分布의 母數를 最適으로 선택하는 방법과 誤差의 分散이 自己回歸할 경우의 대처방법 등 豫測의 正確度를 提高시키는 데 실제 사용되는 방법을 소개하였으며, 6變數模型을 이용하여 이를 예시하였다.

政府建設, 總通貨, 私債市場利子率, 民間建設, 實質GNP 및 消費者物價指數 등 6變數를 70년 1/4분기에서 82년 4/4분기까지의 기간을 대상으로 해서 *TBVAR*, *BVAR*, *VAR*, *OLS*를 각각 추정한 후 각 모델의 83년 1/4분기에서 85년 2/4분기까지의 1期앞 豫測의 正確度를 비교하였다. 「타일 *U*」값을 기준으로 볼 때 *TBVAR*은 時間變動을 고려하지 않고 事前制約만 적용한 *BVAR*이나 事前制約도 적용하지 않은 *VAR*보다 대부분의 변수에 대한 예측이 더 정확하였다. 自己變數의 時差만을 說明變數로 하는 *OLS*와 비교할 경우에도 民間建設을 제외하고는 적절한 모수를 선택하면 *TBVAR*의 예측오차가 작게 될 수 있음을 보았다.

民間建設의 경우 모든 형태의 벡터모형의 예측이 보다 정확하지 못한 것은 벡터모델에 포함된 변수의 선택이 적절치 못할 가능성을 시사하고 있다. 타변수를 포함시키거나 이자율의 변수 등을 다른 변수로 대체한 후 다시 추정을 하는 등의 연구가 필요하다고 생각된다. *ARCH*除去를 한 후에 예측이 더 정확해지지 않는 이유에 대해서도 연구가 필요하다. *TBVAR*의 有用性을 입증하기 위해서는 ARIMA 모델이나 현재 존재하고 있는 구조적 모델들과도 예측을 비교하여 볼 필요가 있다.

또한 추정된 모형을 이용하여 公共投資가 物價나 民間投資에 어떠한 영향을 미치는가에 대한 政策시뮬레이션을 해 볼 필요가 있다.

그러나 政策分析에 모델을 이용하기에 앞서 상기 언급한 民間投資에 대한 豫測의 正確度를 제고시키는 것과 타모델과의 예측비교가 선행되어야 *TBVAR*을 이용한 政策分析이 신뢰를 받을 수 있을 것이다.

附錄 : Bayesmth 프로그램[26)]

母數 π가 주어졌을 때 이에 대한 尤度값 ($LHSUM$)을 계산하는 것이 本 硏究에서와 같이 「칼만과정」을 거침으로 해서 시간이 걸리는 狀況에서 모수값의 모든 가능성을 무작위적으로 다 시도해 보면서 最適母數값을 찾는 方法(numerical differentiation)은 계산부담이 너무 크다. 새로운 母數값을 시도해 보았을 때 우도값이 얼마나 변할지에 대해서 미리 대략적으로 예측할 수 있을 경우에는 母數探索에 소요되는 시간이 節減될 수 있을 것이다. 이러한 상황에서 Sims(1986)의 Bayesmth 프로그램은 모수값을 찾는 데 도움을 준다.

同 프로그램은 n개의 母數값과 이에 대한 函數값(우도값) $\{(\pi_i, f_i) : i=1, \cdots, n\}$을 이용해서 이 점을 모두 통과하는 連結函數(interpolated function) f^*를 구한다. 즉 이 連結函數는 i의 모든 값에 있어서 $f^*(\pi_i)=f(\pi_i)$를 만족한다. 또한 $f^*(\pi)$는 새로운 母數값 π의 函數값 $f(\pi)$에 대한 條件附期待値가 되기도 한다.

이 연결함수는 f값들이 結合正規分布(joint normal distribution)를 갖는다는 假定下에서 $\{(\pi_i, f_i) : i=1, \cdots, n\}$의 정보를 이용한 새로운 모수값으로 π의 함수값 $f(\pi)$를 예측할 경우의 最小分散線型豫測(minimum variance linear predictor)이 된다. 多變量統計學을 이용하면 이 連結函數가 다음과 같음을 알 수 있다.

$$E[f(\pi) \mid (\pi_i, f_i) : i=1, \cdots, n] =$$
$$B+f_0' \Omega^{-1} \Phi=f^* \pi)^{27)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A)$$
$$\Omega=[R(\pi_i, \pi_j)]$$
$$\Phi=[R(\pi_i, \pi)]$$
$$f_0=[f(\pi_i)-B]$$

여기에서 $R(x,y)=Cov(f(x), f(y))$로서 $f(x)$와 $f(y)$값의 共分散이다. 따라서 Ω는 기존 n개의 값 f_i의 共分散行列式이고 Φ는 f_i값과 새로운 $f(\pi)$값의 共分散벡터이다. B는 $f(\pi)$값의 大略的 平均値로서 기초값을 말한다. 여기에서 중요한 문제는 $R(x,y)$의 形態에 대한 選擇이다. Bayesmth프로그램은 다음의 $R(x,y)$를 사용한다.

$$R(x, y)= \int k((x-z)'S)\ k((y-z)'S)\ dz$$
$$=\int exp[-S'(x-z)'(x-z)S]\cdot$$
$$exp[-S'(y-z)'(y-z)S]\ dz \quad \cdots\cdots\cdots (B)$$

여기에서 S는 대각행렬로서 $1/\tau_i(i=1, \cdots, k)$를 그 대각요소로 갖는 加重値行列(scaling matrix)이다. τ_i의 값과 B의 값을 어떻게 정하느냐에 따라서 最小分散線型豫測인 f^*는

26) 本 附錄은 Sims(1986)의 내용을 쉽게 설명하도록 한 것이다. 보다 자세한 내용은 原文을 참조.

27) 式(6)에서와 같이 二變量正規分布(bivariate normal distribution)下에서 $E[X_1 \mid X_2]=U_1+\Sigma^{12}\Sigma_{22}^{-1}[X_2-U_2]$이다.

영향을 받게 된다[28]. 따라서 f에 대한 적절한 「베이지안」推論(Bayesian Inference)은 S와 B의 각기 다른 값에 따라 달라지는 결과들을 加重平均하는 것이다. 이때 加重値로서 S와 B에 대한 「베이지안」事後分布의 確率密度函數값을 사용하여야 한다. 「베이지안」事後分布의 確率密度函數값은 S, B에 대한 事前分布와 우도함수를 곱한 것이다. 그런데 우도함수는 S와 B의 값이 주어졌을 때 이 값들은 條件附로 하는 자료의 確率密度函數값이므로 資料에 대한 「로그」確率密度函數값(log probability density function value)는 모델의 適合度에 대한 귀중한 척도가 된다.

結合正規分布를 가정하면 「로그」確率密度函數는

$$-.5\ log\,|\,\Omega\,|\,-.5\ f_0'\Omega^{-1}f_0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (C)$$

에 비례한다.

式(A)에 의한 豫測値의 값은 모든 $R(x,y)$의 값을 λ倍 해도 변하지 않으므로, Ω의 스케일을 바꾸는 것으로부터 (C)의 값이 영향을 받지 않는 척도가 필요하다. 이는 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$-.5n\ log\ f_0'\Omega^{-1}f_0-.5\ log\,|\,\Omega\,| \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (D)$$

실제로는 이 (D)값으로 加重平均된 連結函數값 대신에 이 (D)의 값을 가장 크게 하는 B와 S를 이용한 것이 連結函數 f^*가 된다[29]. 일단 f^*가 결정되어 이를 f_1^*라고 하면 Newton-Raphson 極大化過程을 이용하여 f_1^*를 최대화하는 母數값 π_{n+1}을 구한다. 그리고 π_{n+1}을 이용해서 時間變動係數모델을 추정하고 또 $LHSUM(f(\pi_{n+1}))$을 계산한다. 이제 $f(\pi_{n+1})$이 얻어지면 이를 추가해서 또다시 $n+1$개의 f_i값과 π_i값을 이용한 連結函數 f_2^*를 구한 다음 f^*를 최대화하는 母數값 π_{n+2}를 구해서 이를 이용해서 또 $f(\pi_{n+2})$를 구하면서 이러한 과정을 $LHSUM$의 값이 어느 값에 접근할 때까지 계속하는 것이다.

本 硏究에 이용된 變動係數벡터自歸模型의 프로그램과 Bayesmth프로그램은 우송료 및 디스켓값에 해당하는 實費를 필자에게 보낼 경우 플로피디스크에 넣어 우송할 예정이다.

28) $k(x)$의 函數形態가 바뀔 경우에는 다른 결과가 나올 수 있음을 유의해야 한다.

29) 이 B와 S의 값을 여러가지로 바꾸면서 (D)값을 구한 후 (D)값을 크게 하는 B와 S를 선택하는 방법으로 족하다.

▷ 參考文獻 ◁

朴佑奎, 「TVBAR 模型을 이용한 三低效果의 分析」, 『韓國開發硏究』, 第9卷 第1號, 1987 봄.

Bollerslev, Tim, "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, Vol. 31, 1986, pp.307~327.

Doan, Thomas A., *Users's Manual RATS* Version 3.00.

Doan, T., R. Litterman, and C. A. Sims,

"Forecasting and Conditional Projection Using Realistic Prior Distributions", *Econometric Reviews*, 1984.

Engle, Robert F., "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," *Econometrica*, Vol. 50, No. 4, July 1982, pp. 987~1008.

Fair, R.C., "An Analysis of the Accuracy of Four Macroeconomic Models," *Journal of Political Economy*, Vol. 87, 1979, pp.701~718.

Ha, In-Bong, "Predictability of Exchange Rates", Ph. D. Dissertation, University of Minnesota, 1986.

Kalman, R.E., "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Theory", *Journal of Basic Engineering*, March 1960, pp. 35~45.

Litterman, R.B., "A Bayesian Procedure for Forecasting with Vector Autoregressions," Working Paper, Massachusetts Institute of Technology, 1981.

______, "Specifying Vector Autoregressions for Macroeconomic Forecasting", Working Paper, Federal Reserve Bank of Minneapolis, 1982.

Sims, Christopher A., "Macroeconomics and Reality", *Econometrica*, 48, 1980, pp.1~49.

______, "Bayesmth: A Program for Multivariate Bayesian Interpolation", Discussion Paper No.234, Center for Economic Research, University of Minnesota.

Theil, Henry, *Applied Econometric Forecasting*, Chicago, IL., Rand-McNally, 1966.